

Feuille d'exercices 8 : Rationnels et décimaux

Exercice 1. Les questions suivantes sont indépendantes.

1. Donner les égalités vraies : $\frac{1}{20} = 0,50$; $\frac{1}{5} = 0,20$; $\frac{1}{3} = 0,33$; $\sqrt{2} = 1,414$; $\pi = 3,14$.
2. Donner deux décimaux pouvant s'intercaler entre 1,102 et 1,12.
3. Déterminer les chiffres a et b de sorte que : $3,8276 < 3,8ab4 \leq 3,834$.

- Exercice 2.**
1. Exprimer sous forme décimale usuelle : $3,2 \cdot 10^4$; $1,5 \cdot 10^{-3}$; 10^{-4} ; $\frac{1}{10^{-6}}$; $2 \cdot 10^4 \times 5 \cdot 10^{-7}$
 2. Ecrire sous forme scientifique : 0,00034 ; 123,456 ; $0,5 \times 2$.
 3. Écrire les rationnels suivants sous la forme d'une fraction irréductible : $1/4 + 1/15 + 1/10$; $\frac{66}{2013}$; $\frac{57}{153}$

Exercice 3. Pour chacune des affirmations suivantes, dire si elle est vraie ou fausse. Justifier.

1. **Affirmation 1** : la fraction $\frac{201\,134\,546\,112}{145\,261\,781\,121}$ est irréductible.

2. **Affirmation 2** : le produit de deux nombres décimaux strictement positifs a et b est plus grand qu'au moins un de ces deux nombres.

Exercice 4. Les nombres suivants sont-ils décimaux ? Justifier.

$21/28$; $38/64$; $18/210$; $39/75$; $28/625$; $\frac{81}{6 \times 2250}$

Exercice 5. 1. Donner deux décimaux pouvant s'intercaler entre $\frac{12}{31}$ et $\frac{5}{13}$.

2. Donner deux fractions pouvant s'intercaler entre $\frac{33}{28}$ et $\frac{13}{11}$.

3*. Trouver une fraction qui ne soit pas un nombre décimal et pouvant s'intercaler entre $\frac{3}{25}$ et $\frac{1}{8}$.

Exercice 6. Le quotient de deux entiers naturels peut avoir une écriture décimale qui "ne se termine pas". Par exemple, $2/3 = 0,666\dots$, $227/110 = 2,063636363\dots$

L'écriture décimale est alors périodique à partir d'un certain rang, c'est-à-dire que la même séquence de chiffres finit par se répéter indéfiniment.

On écrit $2/3 = 0,\overline{6}$ (la période est 6) et $227/110 = 2,0\overline{63}$ (la période est 63).

1. On considère le nombre $x = 0,\overline{9}$ ayant une période à un chiffre.

a) Comparer $10x$ et $9 + x$.

b) Démontrer que $0,\overline{9} = 1$ (on pourra utiliser a).

2. Déterminer une écriture fractionnaire de $a = 0,\overline{78}$ puis de $b = 3,\overline{54}$.

Exercice 7. Dans cet exercice la calculatrice ne doit pas être utilisée.

1. Déterminer par un calcul le développement décimal du nombre rationnel $3/14$. Montrer qu'il est périodique et donner sa période (voir exercice 6).

2. On considère le rationnel $x = 37/103$. Expliquer (sans calcul) pourquoi ce rationnel admet un développement décimal périodique avec une période d'au plus 102 chiffres (considérer les restes possibles dans une division euclidienne par 103).