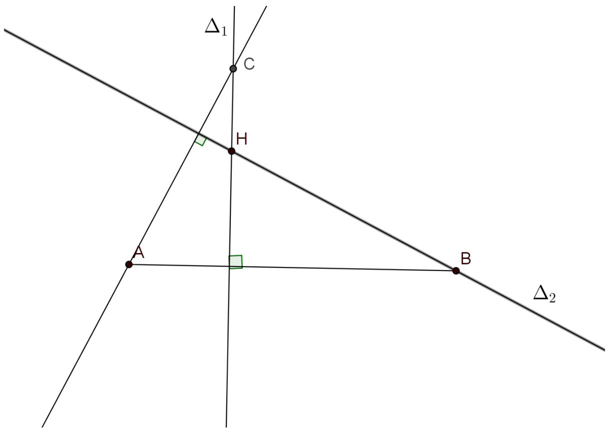
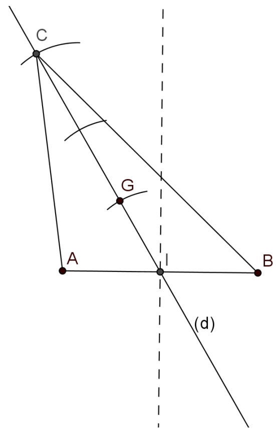
Feuille d'exercices 5 : corrigé des exercices supplémentaires

Exercice 1.

1. Les points A, B et H sont donnés. On commence par tracer le segment $[AB]$, puis la perpendiculaire Δ_1 à (AB) passant par H (le point C se trouve sur cette droite). On trace ensuite la droite (BH), puis la perpendiculaire à (BH) passant par A : cette perpendiculaire coupe Δ_1 en un point que l'on appelle C. Alors le triangle ABC répond à la question *(car par construction, les droites (CH) et (BH) sont alors deux hauteurs de ABC et donc H en est bien l'orthocentre).*

2. Les points A, B et G sont donnés. On trace le segment $[AB]$, puis le milieu I de $[AB]$ (en traçant la médiatrice de $[AB]$). On trace alors la droite (GI). On place sur cette droite le point C tel que $GC = 2GI$ et de sorte que G se trouve entre C et I (pour cela on reporte deux fois la longueur GI à l'aide du compas). Alors le triangle ABC répond à la question *(car $[CI]$ est la médiane de ABC issue de C, et par construction $CG = \frac{2}{3}CI$, donc G est bien le centre de gravité).*



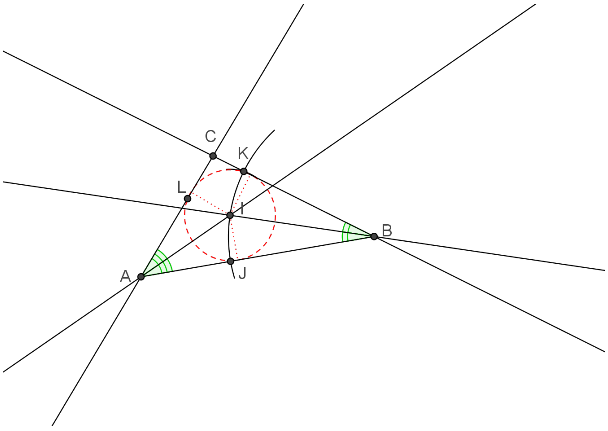


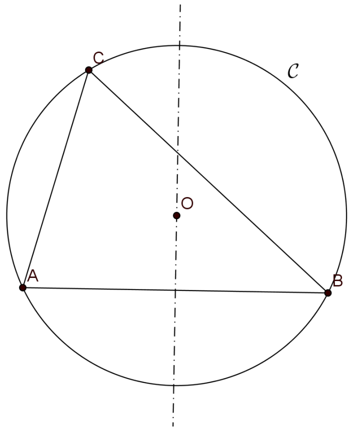
3. Les points A, B et I sont donnés. On trace le segment $[AB]$, puis la droite (BI). On place un point J quelconque sur $[AB]$, puis on trace le point K de sorte que les angles $\widehat{JBI}$ et $\widehat{IBK}$ soient égaux (pour cela on construit K de sorte que les triangles BJI et BIK soient superposables).

De la même façon, on construit un point L de sorte que $\widehat{JAI} = \widehat{IAL}$ (les traits de construction correspondants ne figurent pas sur le dessin). Les deux droites (BK) et (AL) se coupent en un point que l'on nomme C. Alors le triangle ABC répond à la question *(car par construction, la droite (BI) est la bissectrice de ABC issue de B et (AI) est celle issue de A, donc I est bien le centre du cercle inscrit).*

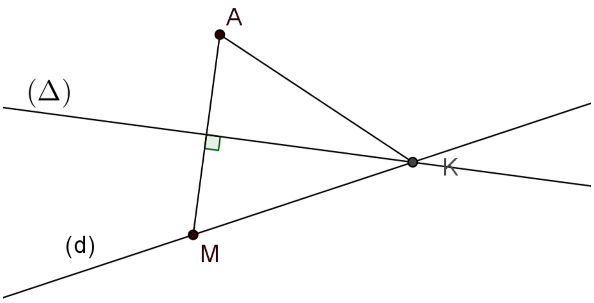
4. Les points A, B et O sont donnés. On remarque qu'on doit avoir $OA = OB$, autrement dit O doit nécessairement être sur la médiatrice de $[AB]$ (sinon la construction n'est pas possible). Dans ce cas, on trace le cercle $\mathcal{C}$ de centre O et de rayon OA (ce cercle passe aussi par B). On prend n'importe quel

point C sur ce cercle. Alors le triangle ABC répond à la question *(car par construction le cercle $\mathcal{C}$ passe par A, B et C, donc c'est le cercle circonscrit au triangle ABC).*



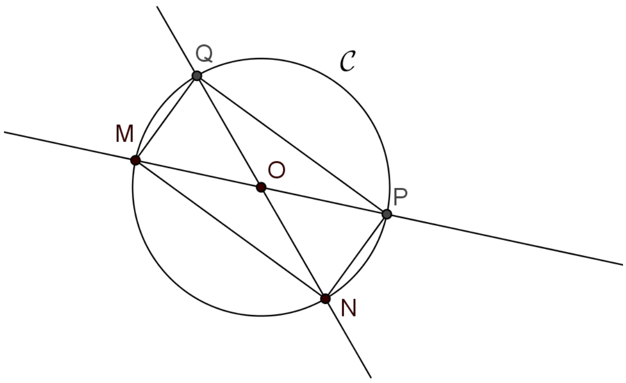


Exercice 2.
On trace la médiatrice (Δ) de $[AB]$ (voir le cours pour la méthode). Cette médiatrice coupe la droite (d) en un point que l'on nomme K.
Alors le point K appartient bien à (d), et AMK est bien isocèle en K puisque comme K est sur la médiatrice de $[AB]$, on a $KA = KM$.



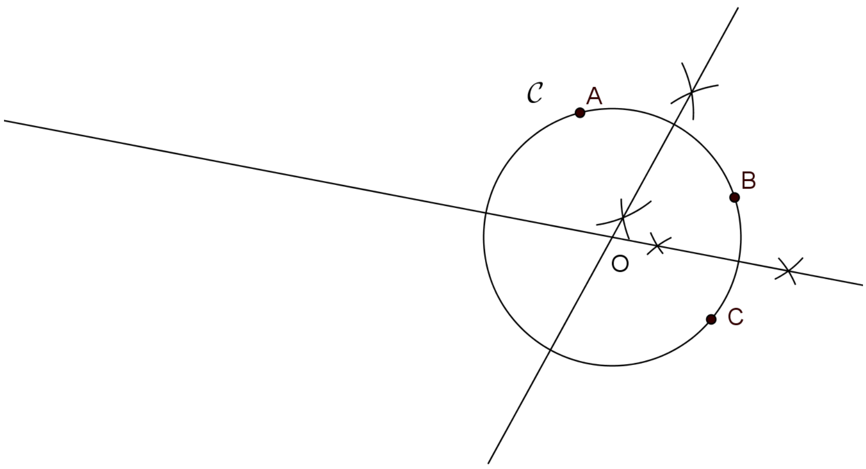
Exercice 3.
1. Construction :
- On trace la droite (MO). Cette droite coupe le cercle $\mathcal{C}$ en un point autre que M que l'on appelle P.
- On trace la droite (NO). Cette droite coupe le cercle $\mathcal{C}$ en un point autre que N que l'on appelle Q.
- On trace les segments $[MN]$, $[NP]$, $[PQ]$, et $[QM]$: le quadrilatère $MNPQ$ est un rectangle.

Justification : Par construction, O est le milieu de $[MP]$ car $OP = OM$, et de même O est le milieu de $[NQ]$. Le quadrilatère $MNPQ$ a donc ses diagonales $[MP]$ et $[NQ]$ qui se coupent en leur milieu : c'est donc un parallélogramme. De plus, ces diagonales ont même longueur (égale au diamètre du cercle). Donc $MNPQ$ est un rectangle.



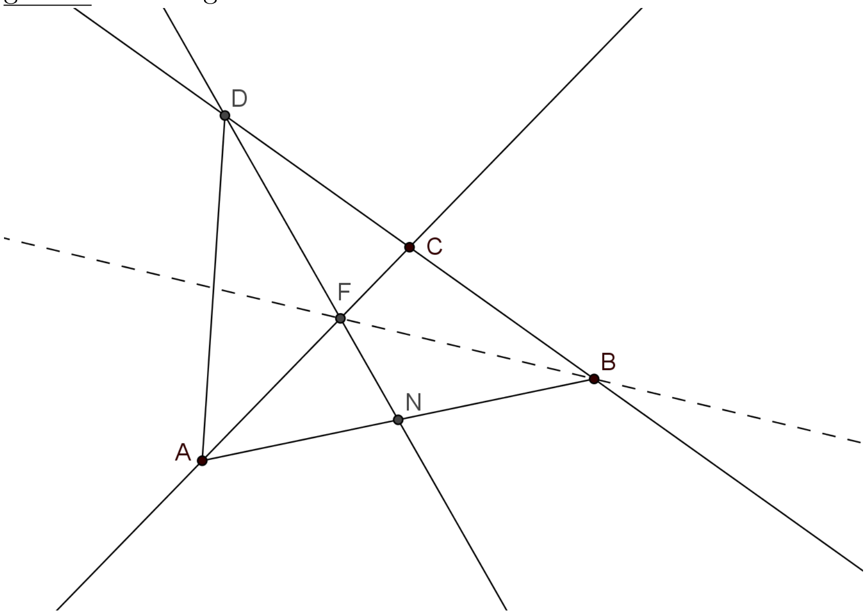
2. Construction :
- On place trois points A, B, C (quelconques) sur le cercle.
- On trace la médiatrice du segment $[AB]$ et celle du segment $[BC]$.
- Ces deux médiatrices se coupent en un point O, qui est le centre du cercle $\mathcal{C}$.

Justification : Par construction, O est le point d'intersection de deux médiatrices du triangle ABC, donc c'est le centre du cercle circonscrit au triangle ABC, c'est-à-dire le centre du cercle qui passe par A, B et C : c'est donc bien le centre du cercle $\mathcal{C}$.



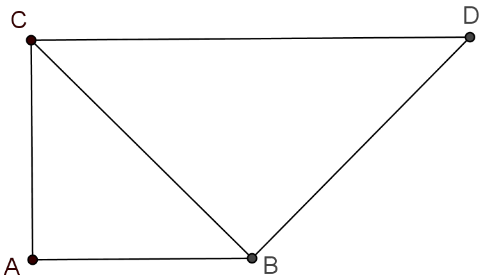
Exercice 4.

a) Comme D est le symétrique de B par rapport à C, C est le milieu de $[BD]$. Donc la droite (AC) est la médiane du triangle ABD issue de A. D'autre part, la droite (DN) passe par le sommet D et le milieu N du côté $[AB]$: c'est donc la médiane de ABD issue de D. Le point F est donc l'intersection de deux médianes du triangle ABD : c'est donc le centre de gravité du triangle ABD.



b) Les 3 médianes du triangle ABD sont concourantes au centre de gravité, c'est-à-dire au point F d'après la question a). Donc la droite (BF) est la médiane du triangle ABD issue de B. Par conséquent, elle coupe le segment $[AD]$ en son milieu.

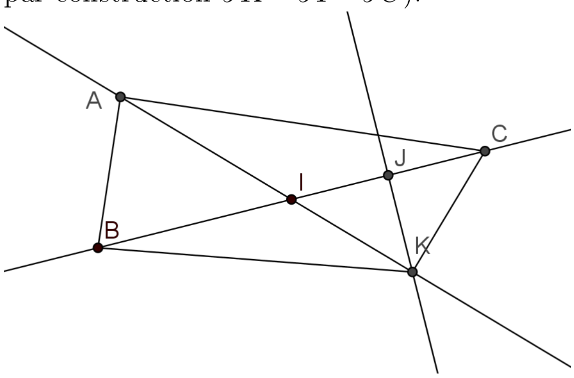
Exercice 5. Comme le triangle ABC est rectangle isocèle en A, on a $\widehat{ACB} = \widehat{ABC} = \frac{180° - \widehat{CAB}}{2} = \frac{180° - 90°}{2} = 45°$.
De même, le triangle BCD est rectangle isocèle en B, donc $\widehat{BCD} = 45°$.
Il en résulte : $\widehat{ACD} = \widehat{ACB} + \widehat{BCD} = 45° + 45° = 90°$. Ainsi, la droite (CD) est perpendiculaire à la droite (AC). Comme (AB) est aussi perpendiculaire à (AC) (car ABC est rectangle en A), on en déduit que les droites (CD) et (AB) sont parallèles. Le quadrilatère $ABCD$ a donc deux côtés opposés parallèles, c'est donc un trapèze.



Exercice 6. Un programme de construction possible pour la figure demandée est le suivant.
- Placer sur une droite 3 points I, J, C de sorte que J soit le milieu de $[IC]$ (à l'aide de la règle graduée).

- Placer, à l'aide de la règle graduée, le point B sur la droite (IC) de sorte que I soit le milieu de $[BC]$.
- Tracer la médiatrice du segment $[IC]$ à l'aide de l'équerre (c'est-à-dire la perpendiculaire à $[IC]$ passant par J).
- Placer un point K sur cette médiatrice tel que $JK = JC$.
- Tracer la droite (KI).
- Placer sur la droite (KI) le point A tel que $IA = IB$ et tel que I soit entre A et K.
- Tracer les segments $[AB]$, $[BK]$, $[KC]$ et $[CA]$: le quadrilatère $ABKC$ répond à la question.

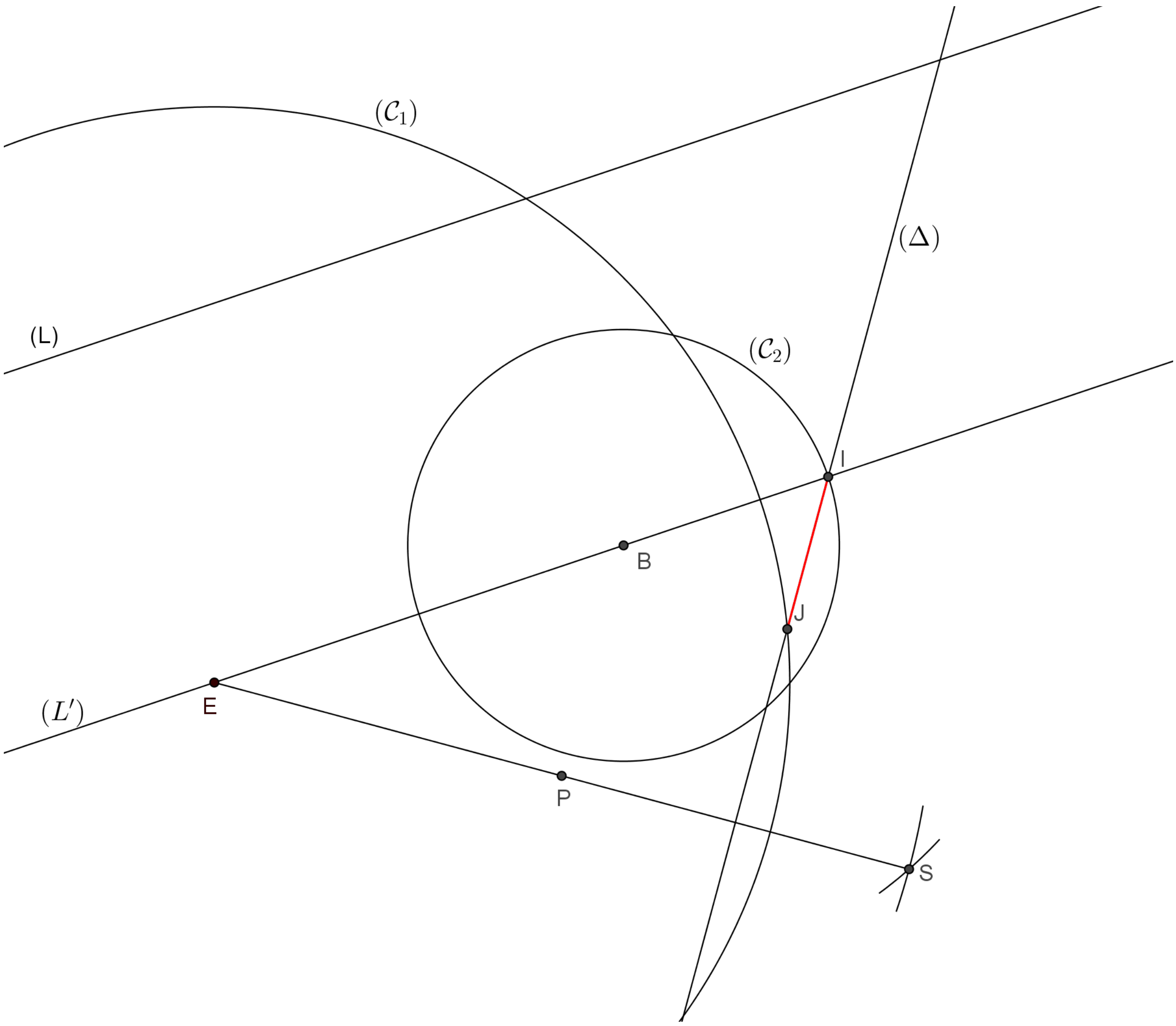
Justification : Par construction, le quadrilatère est convexe et on a bien $IB = IA = IC$. On a de plus $IK = KC$ car K est sur la médiatrice de $[IC]$. Enfin, on a $(IK) \perp (KC)$ car K est sur le cercle de diamètre $[IC]$ (puisque par construction $JK = JI = JC$).



Exercice 7.

1. Notons (L') et (L'') les deux droites parallèles à (L) et se situant à une distance de 500 m de la droite (L). Le trésor se trouve à l'extérieur de la bande délimitée par les droites (L') et (L'').
2. Notons $(\mathcal{C}_1)$ le cercle de centre E et de rayon 800 m. Le trésor se trouve à l'extérieur du cercle $(\mathcal{C}_1)$.
3. Notons $(\mathcal{C}_2)$ le cercle de centre B et de rayon 300 m. Le trésor se trouve à l'intérieur du disque délimité par le cercle $(\mathcal{C}_2)$.
4. Le trésor se trouve sur la médiatrice (Δ) du segment $[SP]$.
5. Voir la figure ci-dessous. Compte tenu de l'échelle, 1 cm sur le plan représente 100 m en réalité.

La zone où se trouve le trésor est le segment $[IJ]$ et est représentée en rouge sur la figure.



$(\mathcal{C}_1)$
(Δ)
(L)
$(\mathcal{C}_2)$
I
B
J
(L')
E
P
S